本节内容

浮点数

加减运算
强制类型转换

本节总览

浮点数的运算
- 加减运算
- 强制类型转换

浮点数的加减运算

浮点数加减运算步骤：

$9.85211 \times 10^{12} + 9.96007 \times 10^{10}$

① 对阶

思考为什么是小阶向大阶靠齐？

① $9.85211 \times 10^{12} + 0.0996007 \times 10^{12}$

计算机内部，尾数是定点小数

② 尾数加减

② 9.9517107×10^{12}

③ 规格化

③ 如果尾数加减出现类似 0.0099517×10^{12} 时，需要“左规”；如果尾数加减出现类似 99.517107×10^{12} 时，需要“右规”

④ 舍入

可以有不同的舍入规则

④ 若规定只能保留6位有效尾数，则

$9.9517107 \times 10^{12} \rightarrow 9.95171 \times 10^{12}$ （多余的直接砍掉）

或者，$9.9517107 \times 10^{12} \rightarrow 9.95172 \times 10^{12}$ （若砍掉部分非0，则入1）

或者，也可以采用四舍五入的原则，当舍弃位≥5时，高位入1

⑤ 判溢出

⑤ 若规定阶码不能超过两位，则运算后阶码超出范围，则溢出

如：$9.85211 \times 10^{99} + 9.96007 \times 10^{99} = 19.81218 \times 10^{99}$

规格化并用四舍五入的原则保留6位尾数，得 1.98122×10^{100}

阶码超过两位，发生溢出（注：尾数溢出未必导致整体溢出，也许可以通过③④两步来拯救）

浮点数的加减运算

例：已知十进制数$X=-5/256$、$Y=+59/1024$，按机器补码浮点运算规则计算$X-Y$，结果用二进制表示，浮点数格式如下：阶符取2位，阶码取3位，数符取2位，尾数取9位

扩展：11.011000000
双符号位补码：11.011　双符号位补码：11011
补码：1.011　补码：1011

用补码表示阶码和尾数

0. 转换格式

5D = 101B， $1/256 = 2^{-8}$ → X = - 101 × 2^{-8} = - 0.101 × 2^{-5} = - 0.101 × 2^{-101}

59D = 111011B， $1/1024 = 2^{-10}$ → Y = + 111011 × 2^{-10} = + 0.111011 × 2^{-4} = + 0.111011 × 2^{-100}

X： 11011,11.011000000　　Y： 11100,00.111011000

浮点数加减运算步骤：

1. 对阶
2. 尾数加减
3. 规格化
4. 舍入
5. 判溢出

浮点数的加减运算

例：已知十进制数$X=-5/256$、$Y=+59/1024$，按机器补码浮点运算规则计算$X-Y$，结果用二进制表示，浮点数格式如下：阶符取2位，阶码取3位，数符取2位，尾数取9位

用补码表示阶码和尾数

0. 转换格式

5D = 101B， $1/256 = 2^{-8}$ → X = - 101 × 2^{-8} = - 0.101 × 2^{-5} = - 0.101 × 2^{-101}

59D = 111011B， $1/1024 = 2^{-10}$ → Y = + 111011 × 2^{-10} = + 0.111011 × 2^{-4} = + 0.111011 × 2^{-100}

X：11011,11.011000000　　Y：11100,00.111011000

浮点数加减运算步骤：

1. 对阶 使两个数的阶码相等，小阶向大阶看齐，尾数每右移一位，阶码加1
   ① 求阶差：$[\Delta E]_{补}$=11011+00100=11111，知$\Delta E=-1$
   ② 对阶：X：11011,11.011000000 → 11100,11. 101100000　　X = - 0.0101 × 2^{-100}
2. 尾数加减
3. 规格化
4. 舍入
5. 判溢出

浮点数的加减运算

例：已知十进制数$X=-5/256$、$Y=+59/1024$，按机器补码浮点运算规则计算$X-Y$，结果用二进制表示，浮点数格式如下：阶符取2位，阶码取3位，数符取2位，尾数取9位

用补码表示阶码和尾数

0. 转换格式

5D = 101B， 1/256 = 2^{-8} → X = - 101 × 2^{-8} = - 0.101 × 2^{-5} = - 0.101 × 2^{-101}

59D = 111011B， 1/1024 = 2^{-10} → Y = + 111011 × 2^{-10} = + 0.111011 × 2^{-4} = + 0.111011 × 2^{-100}

X：11011,11.011000000　　Y：11100,00.111011000

浮点数加减运算步骤：

1. 对阶 使两个数的阶码相等，小阶向大阶看齐，尾数每右移一位，阶码加1
   ① 求阶差：$[\Delta E]_{补}$=11011+00100=11111，知$\Delta E=-1$
   ② 对阶：X：11011,11.011000000 → 11100,11. 101100000　　X = - 0.0101 × 2^{-100}
2. 尾数加减 -Y：11100,11.000101000
   X-Y：11100, 10.110001000

$$
\begin{array}{r}
11.101100000 \\
+\quad 11.000101000 \\
\hline
10.110001000
\end{array}
$$

X-Y
= (-0.0101 × 2^{-100})- (+0.111011 × 2^{-100})
= (-0.0101-0.111011) × 2^{-100}
= -1.001111 × 2^{-100}

3. 规格化
4. 舍入
5. 判溢出

浮点数的加减运算

例：已知十进制数$X=-5/256$、$Y=+59/1024$，按机器补码浮点运算规则计算$X-Y$，结果用二进制表示，浮点数格式如下：阶符取2位，阶码取3位，数符取2位，尾数取9位

用补码表示阶码和尾数

0. 转换格式

5D = 101B， $1/256 = 2^{-8}$ → X = $-101 \times 2^{-8} = -0.101 \times 2^{-5} = -0.101 \times 2^{-101}$

59D = 111011B， $1/1024 = 2^{-10}$ → Y = $+111011 \times 2^{-10} = +0.111011 \times 2^{-4} = +0.111011 \times 2^{-100}$

X： 11011,11.011000000 Y： 11100,00.111011000

浮点数加减运算步骤：

1. 对阶 使两个数的阶码相等，小阶向大阶看齐，尾数每右移一位，阶码加1

   ① 求阶差：$[\Delta E]_{补}$=11011+00100=11111，知$\Delta E=-1$

   ② 对阶：X：11011,11.011000000 → 11100,11. 101100000 X = -0.0101×2^{-100}

2. 尾数加减 -Y：11100,11.000101000

   X-Y：11100, 10.110001000

$$
\begin{array}{r}
11.101100000 \\
+\ \ 11.000101000 \\
\hline
10.110001000
\end{array}
$$

X-Y

$= (-0.0101 \times 2^{-100}) - (+0.111011 \times 2^{-100})$

$= (-0.0101-0.111011) \times 2^{-100}$

$= -1.001111 \times 2^{-100}$

$= -0.1001111 \times 2^{-011}$

3. 规格化

   X-Y：11100, 10.110001000 → $\boxed{11}$101,11.011000100

4. 舍入 无舍入

5. 判溢出 常阶码，无溢出，结果真值为$2^{-3}\times(-0.1001111)_2$

浮点数的加减运算-舍入

有的计算机可能会把浮点数的尾数部分单独拆出去计算(24bit→32bit)，算完了经过舍入(32bit→24bit)再拼回浮点数

“0”舍“1”入法：类似于十进制数运算中的“四舍五入”法，即在尾数右移时，被移去的最高数值位为0，则舍去；被移去的最高数值位为1，则在尾数的末位加1。这样做可能会使尾数又溢出，此时需再做一次右规。

恒置“1”法：尾数右移时，不论丢掉的最高数值位是“1”还是“0”，都使右移后的尾数末位恒置“1”。这种方法同样有使尾数变大和变小的两种可能。

浮点数加减运算步骤：

1. 对阶
2. 尾数加减
3. 规格化
4. 舍入
5. 判溢出

右规时就会面临舍入的问题

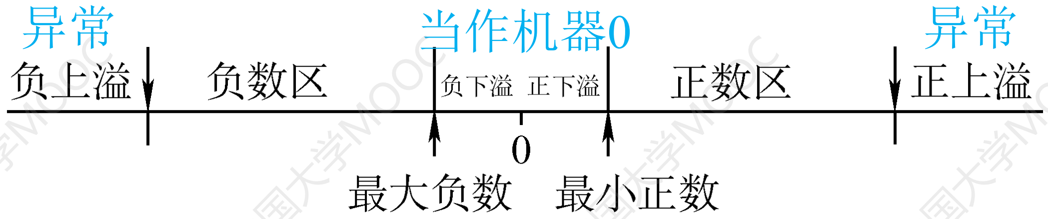
如：加减结果为11100,10.110001011

0舍1入：11100,10.110001011 → 11101,11.011000101 1

→ 11101,11.011000110 1

恒置1:11100,10.110001011 → 11101,11.011000101 1

→ 11101,11.011000101 1



强制类型转换

类型	16位机器	32位机器	64位机器
char	8	8	8
short	16	16	16
int	16	32	32
long	32	32	64
long long	64	64	64
float	16	32	32
double	64	64	64

char → int → long → double
float → double
范围、精度从小到大，转换过程没有损失

int → float：可能损失精度
float → int：可能溢出及损失精度

32位
int：表示整数，范围 $-2^{31} \sim 2^{31}-1$ ，有效数字32位
float：表示整数及小数，范围 $\pm[2^{-126} \sim 2^{127} \times (2-2^{-23})]$，有效数字23+1=24位

本节回顾

- 浮点数的运算
  - 加减运算
    - 真值到机器数的转换
      - 注意阶码、尾数采用什么码表示；注意符号扩展凑足规定位数
    - 对阶
      - 小阶向大阶看齐，尾数算数右移一位，阶码加 1，直到阶码相同
      - 注：对阶可能导致丢失末位精度
    - 尾数加减
      - 通常采用双符号位表示尾数，这样可以挽救尾数溢出
    - 规格化
      - 左规
        - 尾数最高数值位为无效位时，尾数左移，阶码减 1
      - 右规
        - 尾数双符号位不同时，尾数右移，阶码加 1
    - 舍入
      - 尾数的位数有限导致的问题，常用方法：0 舍 1 入、恒置 1
    - 溢出判断
      - 阶码上溢
        - 抛出异常（中断）
      - 阶码下溢
        - 按机器 0 处理
  - C 强制类型转换
    - 无损
      - char—>int—>long—>double
      - float—>double
    - 有损
      - int—>float
        - 可能会损失精度（float 尾数的数值位有 1+23 位）
      - float—>int
        - 可能会溢出，也可能会损失精度（如小数转整数）

采用双符号位，
可拯救尾数溢出