本节内容

定点数的表示

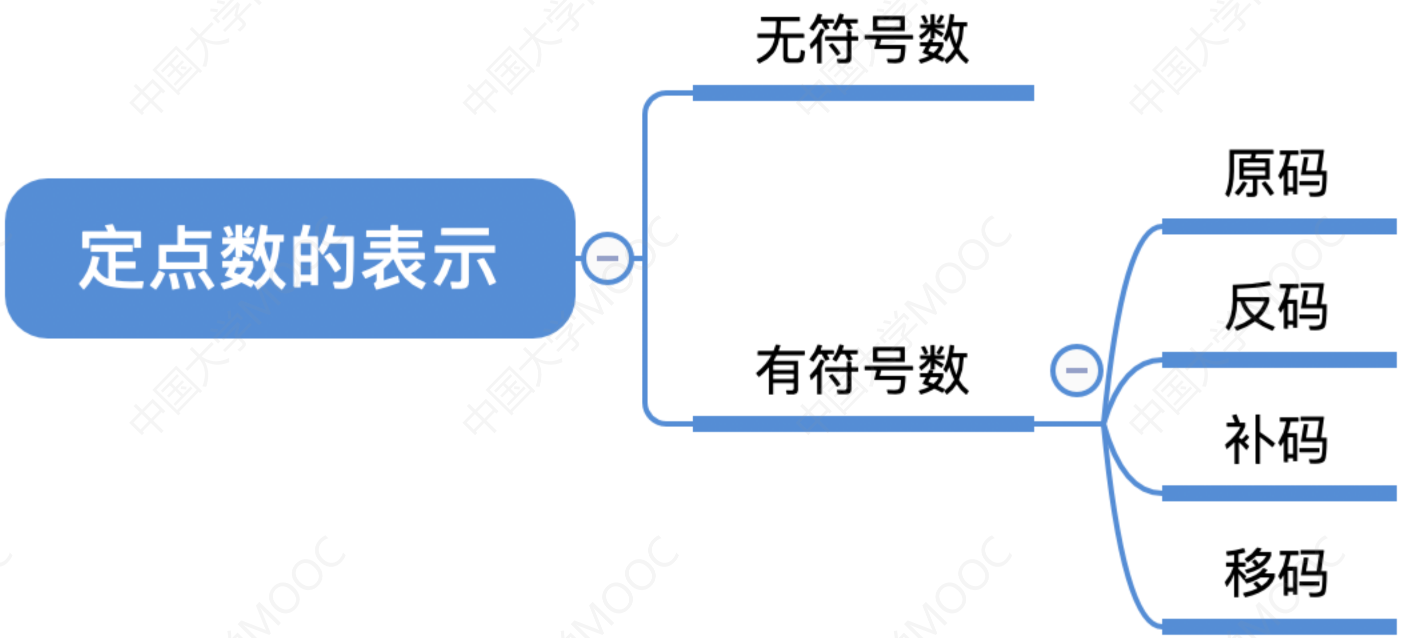
定点数 v.s. 浮点数

定点数：小数点的位置固定　　Eg：996.007　　——常规计数

浮点数：小数点的位置不固定　　Eg：$9.96007*10^2$　　——科学计数法

二进制的定点数、浮点数也类似

本节总览



无符号数的表示

通常只有无符号整数，而没有无符号小数

无符号数：整个机器字长的全部二进制位均为数值位，没有符号位，相当于数的绝对值。

1001 1100B

$=1\times2^7+0\times2^6+0\times2^5+1\times2^4+1\times2^3+1\times2^2+0\times2^1+0\times2^0$

=156D

2^{16}	2^{15}	2^{14}	2^{13}	2^{12}	2^{11}	2^{10}	2^9	2^8	2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
65536	32768	16384	8192	4096	2048	1024	512	256	128	64	32	16	8	4	2	1

表示范围

8位二进制数： 2^8种不同的状态

0000 0000 ～ $\boxed{1111\ 1111}$ = 1 0000 0000 − 1

0 ～ $\boxed{255}$ = 2^8 − 1

$$S_n = a_1 \cdot \frac{1-q^n}{1-q}$$

n位的无符号数表示范围为：$0 \sim 2^n-1$

有符号数的表示

$+$ 19.75 D = 0 10011.11 B
$-$ 19.75 D = 1 10011.11 B

真值　　　　机器数

8位机器字长

1	1	0	0	1	1	1	1

小数点隐藏在此

$+$ 2.875 D = 0 10.111 B

真值　　　　机器数

8位机器字长

0	0	0	1	0	1	1	1

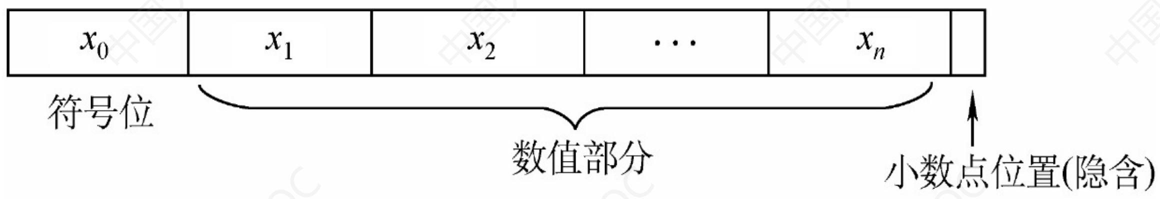
小数点隐藏在此

0	1	0	1	1	1	0	0

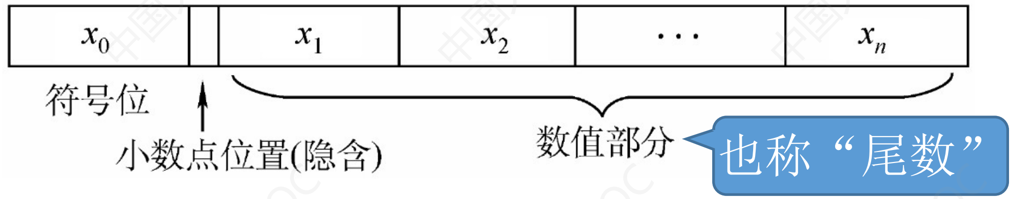
应固定好小数点的位置

有符号数的定点表示

定点整数



定点小数



注：可用 原码、反码、补码 三种方式来表示定点整数和定点小数。还可用 移码 表示定点整数。

若真值为 x，则用 $[x]_{原}$、$[x]_{反}$、$[x]_{补}$、$[x]_{移}$ 分别表示真值所对应的原码、反码、补码、移码

原码

定点**整数**

尾数的位权

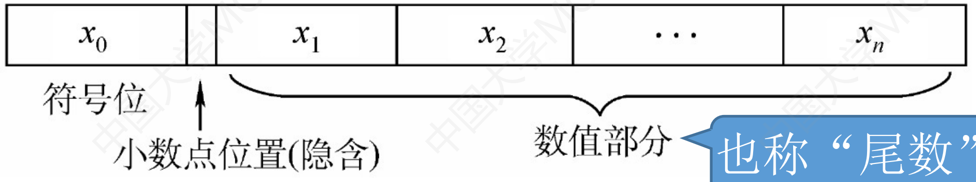
	符	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
+19D	0	0	0	1	0	0	1	1
-19D	1	0	0	1	0	0	1	1

常写为：$[x]_{原}$ =**1**,0010011

原码：用尾数表示真值的绝对值，符号位“0/1”对应“正/负”

若未指明机器字长，也可写为：$[x]_{原}$ =**1**, 10011

定点**小数**



也称“尾数”

	符	2^{-1}	2^{-2}	2^{-3}	2^{-4}	2^{-5}	2^{-6}	2^{-7}
+0.75D	0	1	1	0	0	0	0	0
-0.75D	1	1	1	0	0	0	0	0

常写为：$[x]_{原}$ = **1.**1100000

若机器字长为n+1位，则尾数占n位

如：机器字长为8位

原码

定点整数

符	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0

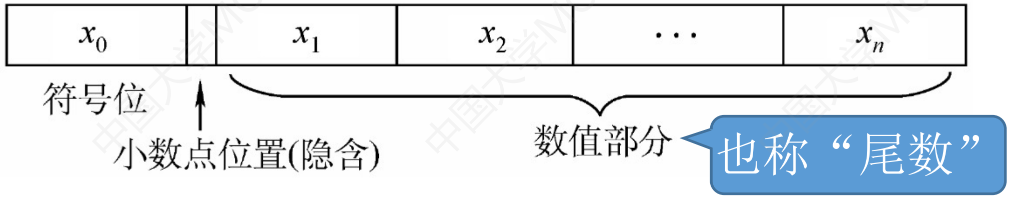
若机器字长n+1位，原码整数的表示范围：

$-(2^n-1) \leq x \leq 2^n-1$（关于原点对称）

真值0有 +0 和 -0 两种形式

原码：用尾数表示真值的绝对值，符号位“0/1”对应“正/负”

定点小数



符	2^{-1}	2^{-2}	2^{-3}	2^{-4}	2^{-5}	2^{-6}	2^{-7}

若机器字长n+1位，原码小数的表示范围：

$-(1-2^{-n}) \leq x \leq 1-2^{-n}$（关于原点对称）

真值0有 +0 和 -0 两种形式

若机器字长为n+1位，则尾数占n位

反码

反码：　若符号位为0，则反码与原码相同
若符号位为1，则数值位全部取反

“反码”只是“原码”转变为“补码”的一个中间状态，实际中并没什么卵用

x= +19D　[x]原 =**0**,0010011
[x]反 =**0**,0010011

x= -19D　[x]原 =**1**,0010011
[x]反 =**1**,1101100

定点整数的表示

若机器字长n+1位，反码整数的表示范围：
$-(2^n-1) \leq x \leq 2^n-1$（关于原点对称）

真值0有 +0 和 -0 两种形式

$[+0]_原$=00000000　$[-0]_原$=10000000
$[+0]_反$=00000000　$[-0]_反$=11111111

x= +0.75D　[x]原 = **0.**1100000
[x]反 = **0.**1100000

x= -0.75D　[x]原 = **1.**1100000
[x]反 = **1.**0011111

定点小数的表示

若机器字长n+1位，反码小数的表示范围：
$-(1-2^{-n}) \leq x \leq 1-2^{-n}$（关于原点对称）

真值0有 +0 和 -0 两种形式

补码

补码：　正数的补码 = 原码
负数的补码 = 反码末位+1（要考虑进位）

将负数补码转回原码的方法相同：尾数取反，末位+1

x= +19D　$[x]_原$ =**0**,0010011
$[x]_反$ =**0**,0010011
$[x]_补$ =**0**,0010011

x= -19D　$[x]_原$ =**1**,0010011
$[x]_反$ =**1**,1101100
$[x]_补$ =**1**,1101101

定点整数的表示

$[+0]_原$=00000000　$[-0]_原$=10000000
$[+0]_反$=00000000　$[-0]_反$=11111111

$[+0]_补$= $[-0]_补$= 00000000

注意！补码的真值0只有一种表示形式

定点整数补码 $[x]_补$ = **1,**0000000 表示 x = -2^7

若机器字长n+1位，补码整数的表示范围：
$-2^n \le x \le 2^n-1$（比原码多表示一个 -2^n）

x= +0.75D　$[x]_原$ = **0.**1100000
$[x]_反$ = **0.**1100000
$[x]_补$ = **0.**1100000

x= -0.75D　$[x]_原$ = **1.**1100000
$[x]_反$ = **1.**0011111
$[x]_补$ = **1.**0100000

定点小数的表示

定点小数补码 $[x]_补$ = **1.**0000000 表示 x = -1

若机器字长n+1位，补码小数的表示范围：
$-1 \le x \le 1-2^{-n}$（比原码多表示一个 -1）

移码

移码： 补码的基础上将符号位取反。注意：移码只能用于表示整数

x= +19D

$[x]_{原}$ =**0**,0010011

$[x]_{反}$ =**0**,0010011

$[x]_{补}$ =**0**,0010011

$[x]_{移}$ =**1**,0010011

x= -19D

$[x]_{原}$ =**1**,0010011

$[x]_{反}$ =**1**,1101100

$[x]_{补}$ =**1**,1101101

$[x]_{移}$ =**0**,1101101

定点整数的表示

$[+0]_{原}$=00000000　　$[-0]_{原}$=10000000

$[+0]_{反}$=00000000　　$[-0]_{反}$=11111111

$[+0]_{补}$= $[-0]_{补}$= 00000000

注意！补码的真值0只有一种表示形式

$[+0]_{移}$= $[-0]_{移}$= 10000000

若机器字长n+1位，移码整数的表示范围：

$-2^n \le x \le 2^n-1$ （与补码相同）

移码

真值(十进制)	补码	移码
-128	1000 0000	0000 0000
-127	1000 0001	0000 0001
-126	1000 0010	0000 0010
…	…	…
-3	1111 1101	0111 1101
-2	1111 1110	0111 1110
-1	1111 1111	0111 1111
0	0000 0000	1000 0000
1	0000 0001	1000 0001
2	0000 0010	1000 0010
3	0000 0011	1000 0011
…	…	…
124	0111 1100	1111 1100
125	0111 1101	1111 1101
126	0111 1110	1111 1110
127	0111 1111	1111 1111

真值增大

移码表示的整数很方便对比大小

用几种码表示定点整数

行数	机器数	真值(十进制)				
		无符号数	原码	反码	补码	移码
1	0000 0000	0	+0	+0	+0,-0	-128
2	0000 0001	1	+1	+1	+1	-127
3	0000 0010	2	+2	+2	+2	-126
…	…	…	…	…	…	…
126	0111 1101	125	+125	+125	+125	-3
127	0111 1110	126	+126	+126	+126	-2
128	0111 1111	127	+127	+127	+127	-1
129	1000 0000	128	-0	-127	-128	0
130	1000 0001	129	-1	-126	-127	1
131	1000 0010	130	-2	-125	-126	2
…	…	…	…	…	…	…
253	1111 1100	252	-124	-3	-4	124
254	1111 1101	253	-125	-2	-3	125
255	1111 1110	254	-126	-1	-2	126
256	1111 1111	255	-127	-0	-1	127

原码和反码的真值0有两种表示

补码和移码的真值0只有一种表示
补码和移码可以多表示一个负数

练习

定点整数 x=50，用8位原码、反码、补码、移码表示。

$[x]_{原}$= **0**0110010；$[x]_{反}$= **0**0110010；$[x]_{补}$= **0**0110010；$[x]_{移}$= **1**0110010；

定点整数 x=-100，用8位原码、反码、补码、移码表示。

$[x]_{原}$= **1**1100100；$[x]_{反}$= **1**0011011；$[x]_{补}$= **1**0011100；$[x]_{移}$= **0**0011100；

求下列各种码对应的真值：

$[x]_{原}$= **1**0001101 → x=-13

$[x]_{反}$= **1**0001101 → x=-114

$[x]_{补}$= **1**0001101 → x=-115

$[x]_{移}$= **1**0001101 → x=13

$[x]_{原}$= **0**0001101 → x=13

$[x]_{反}$= **0**0001101 → x=13

$[x]_{补}$= **0**0001101 → x=13

$[x]_{移}$= **0**0001101 → x=-115

技巧：由$[x]_{补}$快速求 $[-x]_{补}$ 的方法

符号位、数值位全部取反，末位+1

知识回顾

$x_{真值}$ $\xrightarrow{\text{符号+:0, −:1；数值位不变}}$ $[x]_原$

$[x]_原$ ⟷ $[x]_补$：符号x_0不变；x_0=0数值位不变；x_0=1数值位取反加1

$[x]_补$ ⟷ $[x]_移$：符号位取反

移码只能用于表示整数

$[x]_原$ ⟷ $[x]_反$：符号x_0不变；x_0=0数值位不变；x_0=1数值位取反

$[x]_补$ ⟷ $[-x]_补$：符号位取反；数值位取反加1

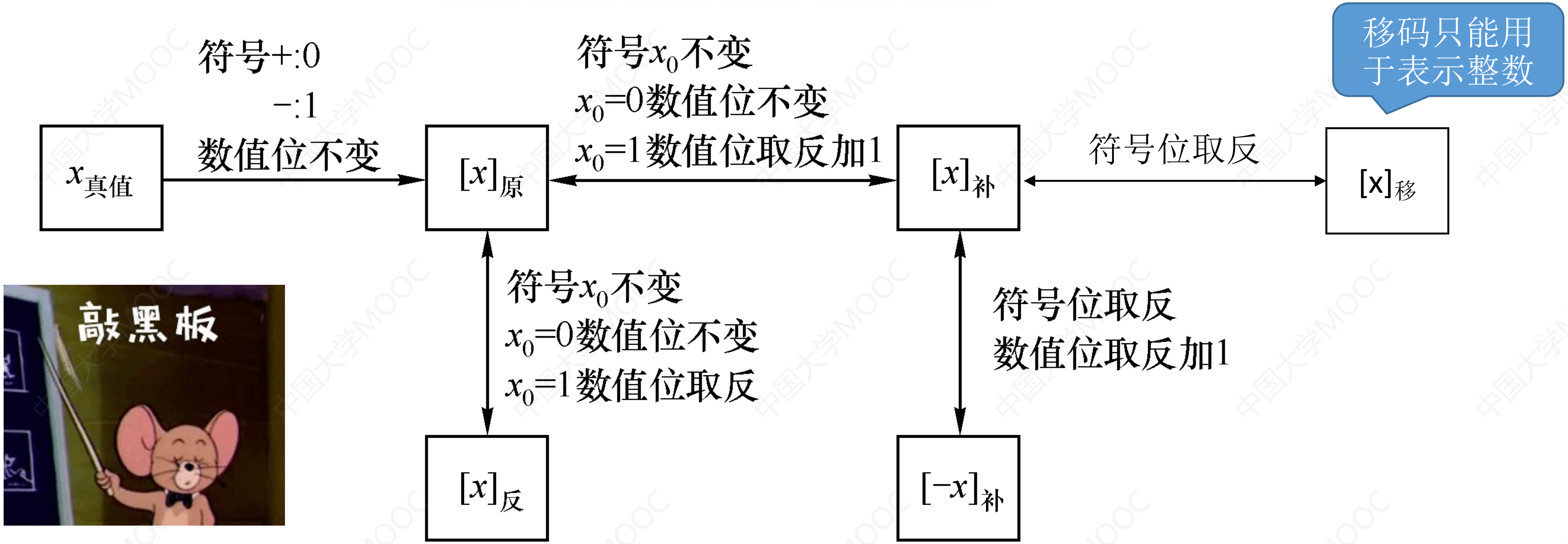
定点整数

x_0	x_1	x_2	···	x_n	
符号位	数值部分				小数点位置(隐含)

定点小数

x_0		x_1	x_2	···	x_n
符号位	小数点位置(隐含)	数值部分			

知识回顾



原码和反码的真值0有两种表示；补码和移码的真值0只有一种表示。若机器字长为n+1位，则：

原码和反码 ——整数表示范围$-(2^n-1) \le x \le 2^n-1$；小数表示范围$-(1-2^{-n}) \le x \le 1-2^{-n}$

补码 ——整数表示范围$-2^n \le x \le 2^n-1$；小数表示范围$-1 \le x \le 1-2^{-n}$

移码 ——整数表示范围$-2^n \le x \le 2^n-1$；移码全0真值最小，移码全1真值最大