本节内容

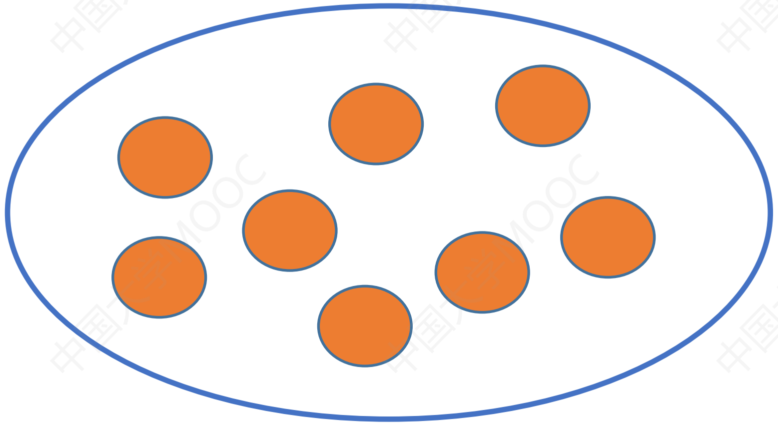
并查集

知识总览

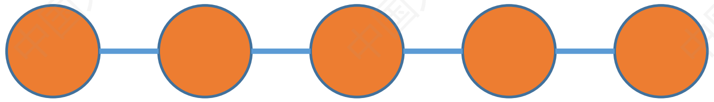
- 并查集
  - 如何表示"集合"关系?
  - "并查集"的代码实现
  - "并查集"的优化

漏网之鱼：逻辑结构——“集合”

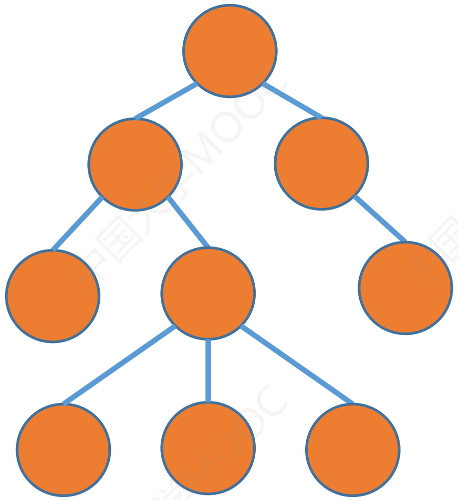
逻辑结构——数据元素之间的逻辑关系是什么？



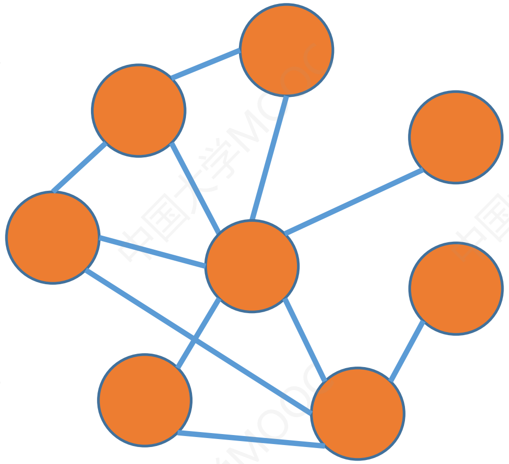
集合



线性结构

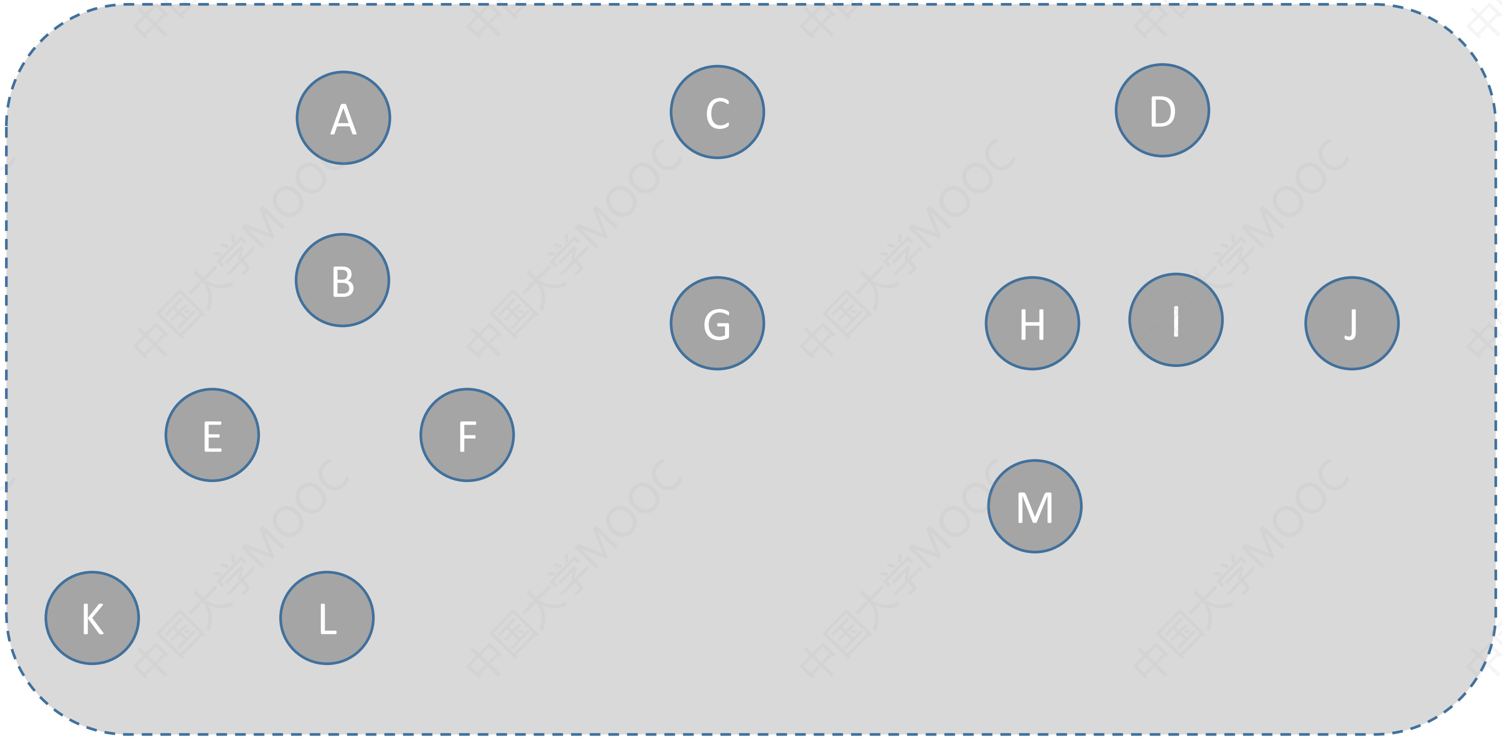


树形结构



图结构

逻辑结构——“集合”

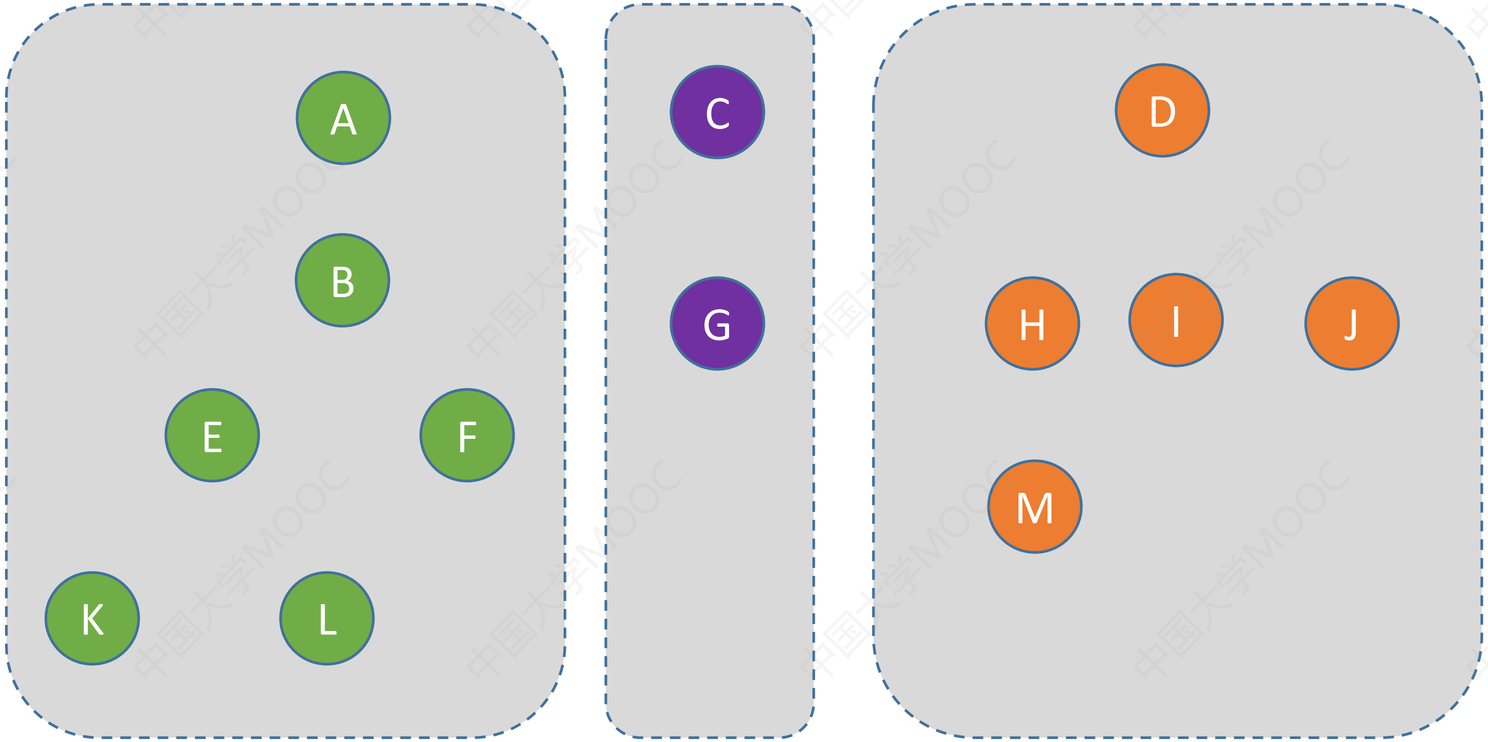


所有元素的全集 S

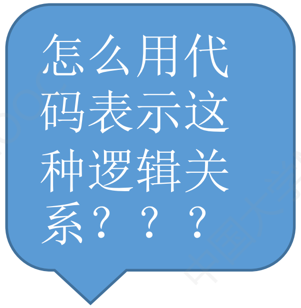
逻辑结构——“集合”

将各个元素划分为若干个互不相交的子集



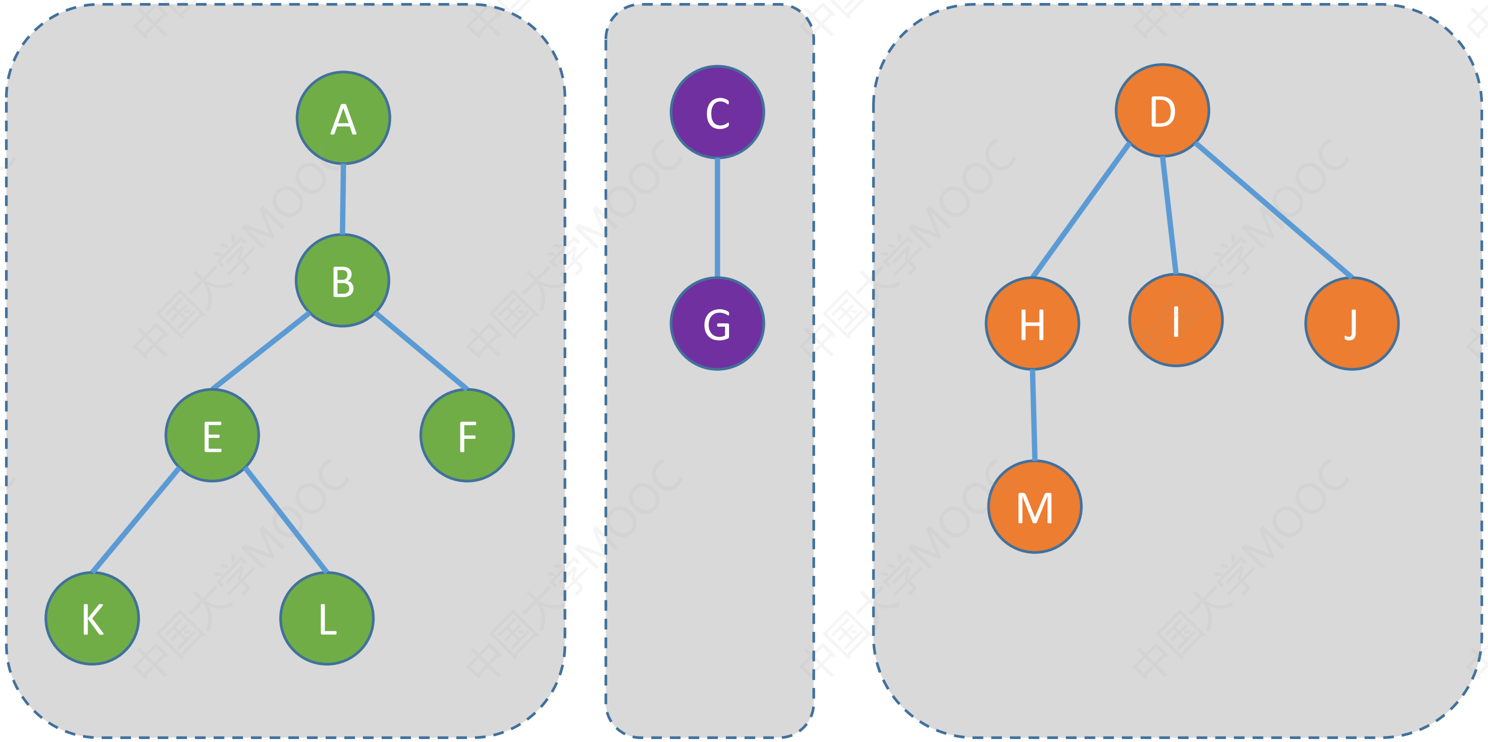


子集 S_0　　子集 S_1　　子集 S_2



回顾：森林

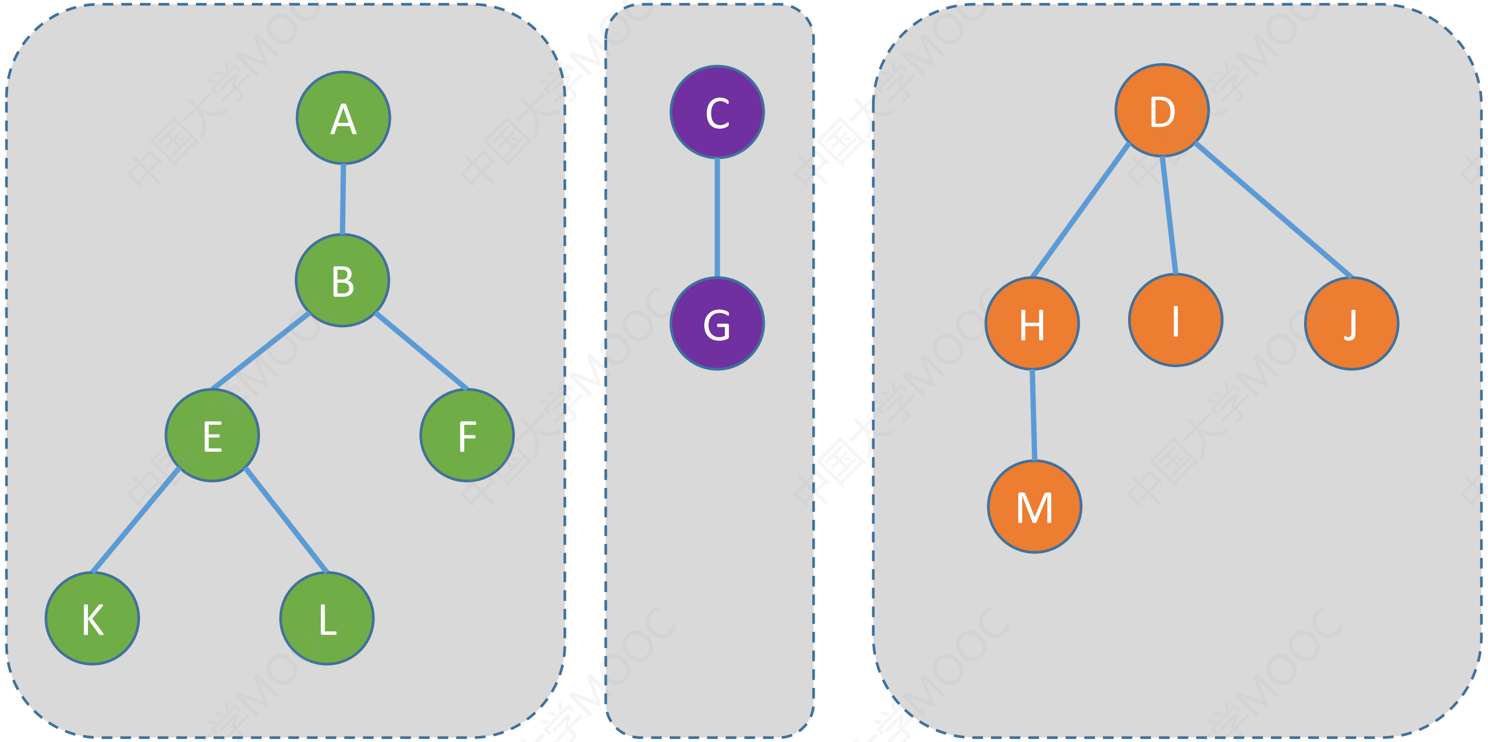
森林。森林是m（$m\geq0$）棵互不相交的树的集合



同一子集中的各个元素，组织成一棵树

三棵树组成的森林

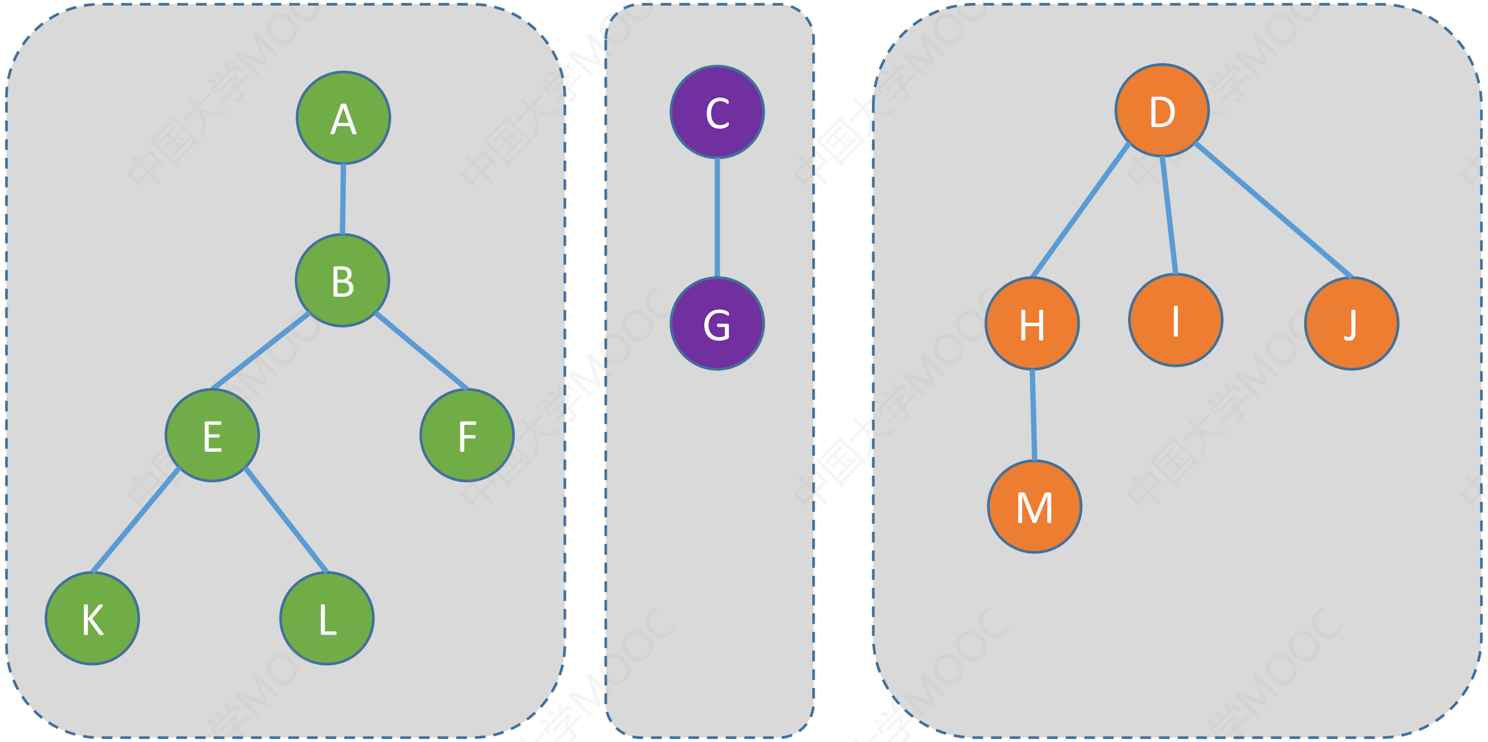
用互不相交的树，表示多个“集合”



如何“查”到一个元素到底属于哪一个集合？
—— 从指定元素出发，一路向北，找到根节点

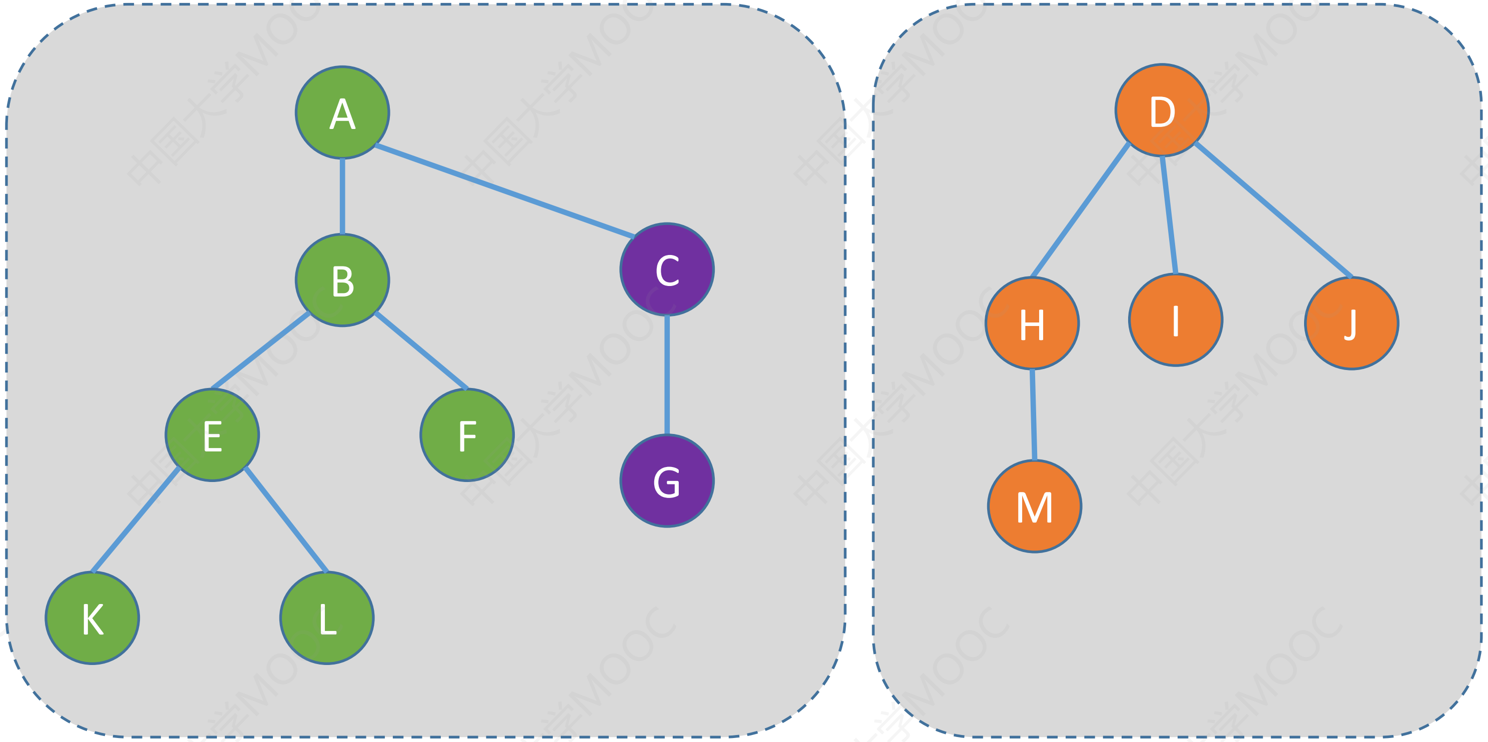
如何判断两个元素是否属于同一个集合？
—— 分别查到两个元素的根，判断根节点是否相同即可

用互不相交的树，表示多个“集合”



如何把两个集合“并”为一个集合？

用互不相交的树，表示多个“集合”

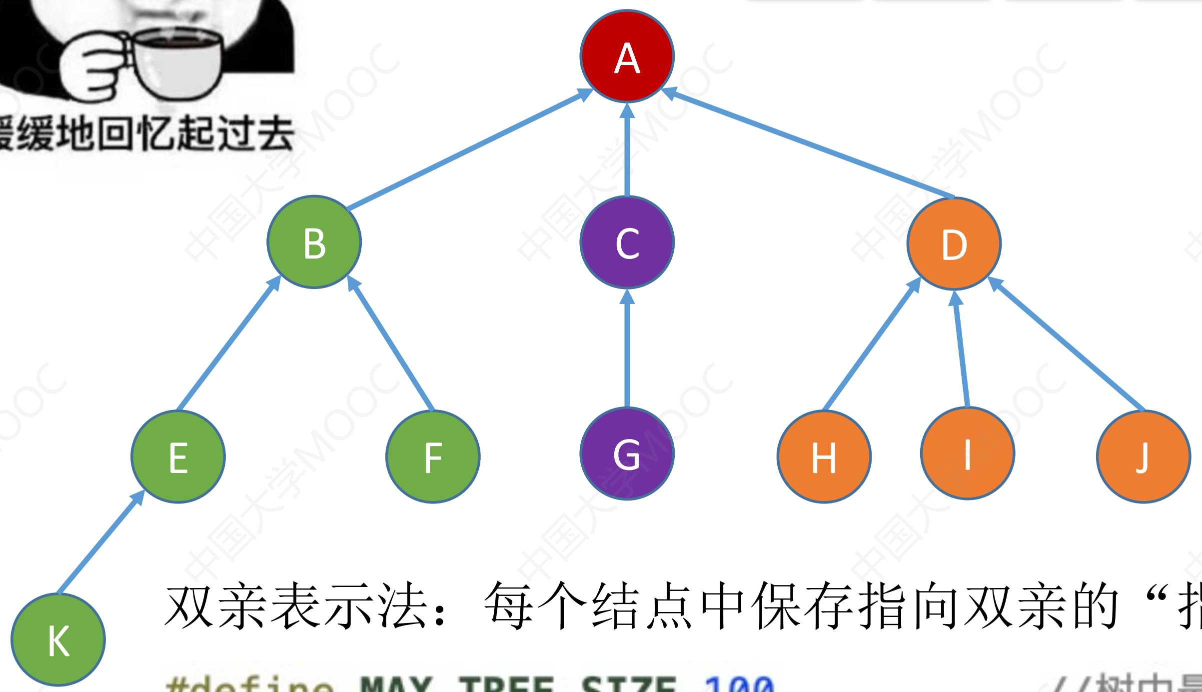


应采用什么样的存储结构？

如何把两个集合“并”为一个集合？

—— 让一棵树成为另一棵树的子树即可

回忆：树的存储——双亲表示法



双亲表示法：每个结点中保存指向双亲的“指针”

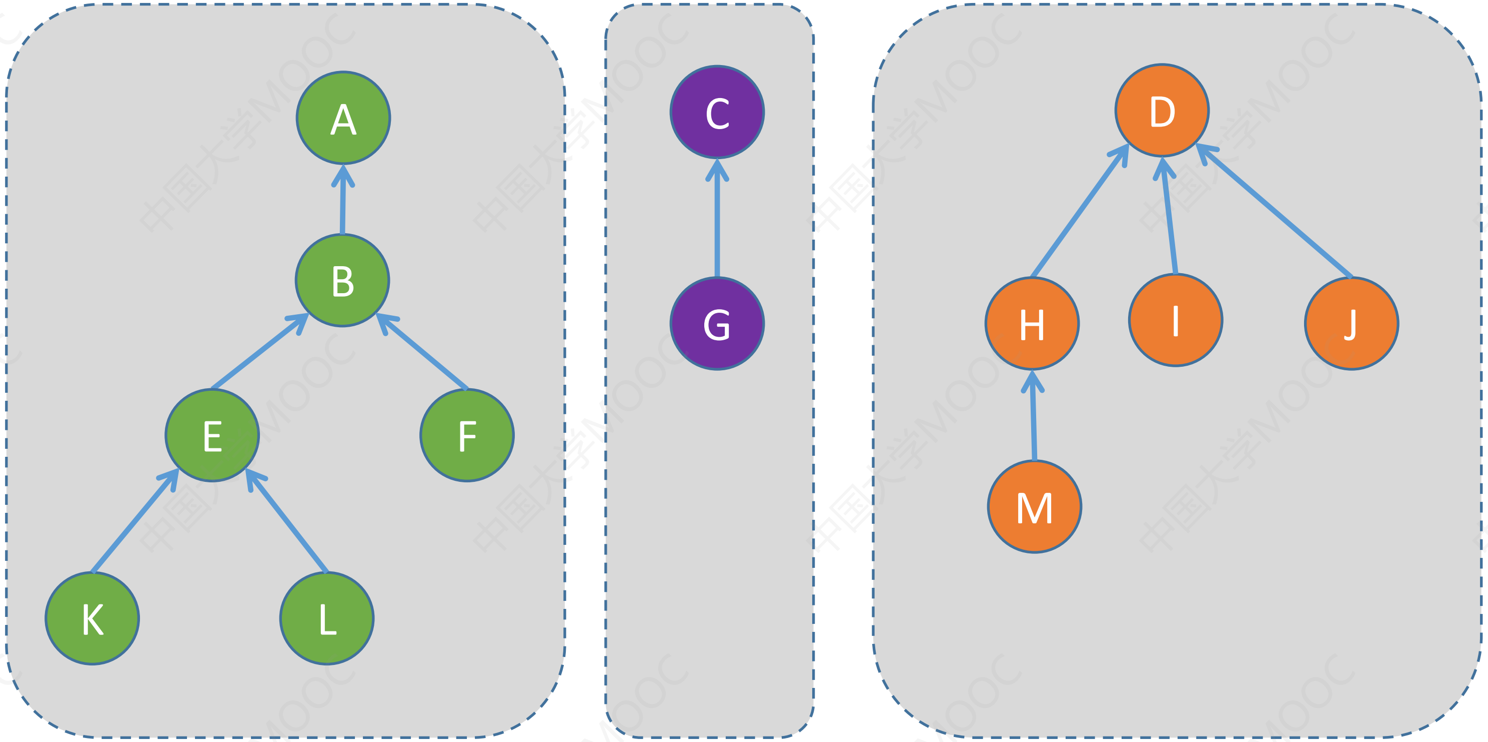
```
#define MAX_TREE_SIZE 100               //树中最多结点数
typedef struct{                         //树的结点定义
    ElemType data;                      //数据元素
    int parent;                         //双亲位置域
}PTNode;
typedef struct{                         //树的类型定义
    PTNode nodes[MAX_TREE_SIZE];        //双亲表示
    int n;                              //结点数
}PTree;
```

	data	parent
0	A	-1
1	B	0
2	C	0
3	D	0
4	E	1
5	F	1
6	G	2
7	H	3
8	I	3
9	J	3
10	K	4
11		
12		
13		

根节点
parent=-1

parent=4 表示父节点的数组下标为4

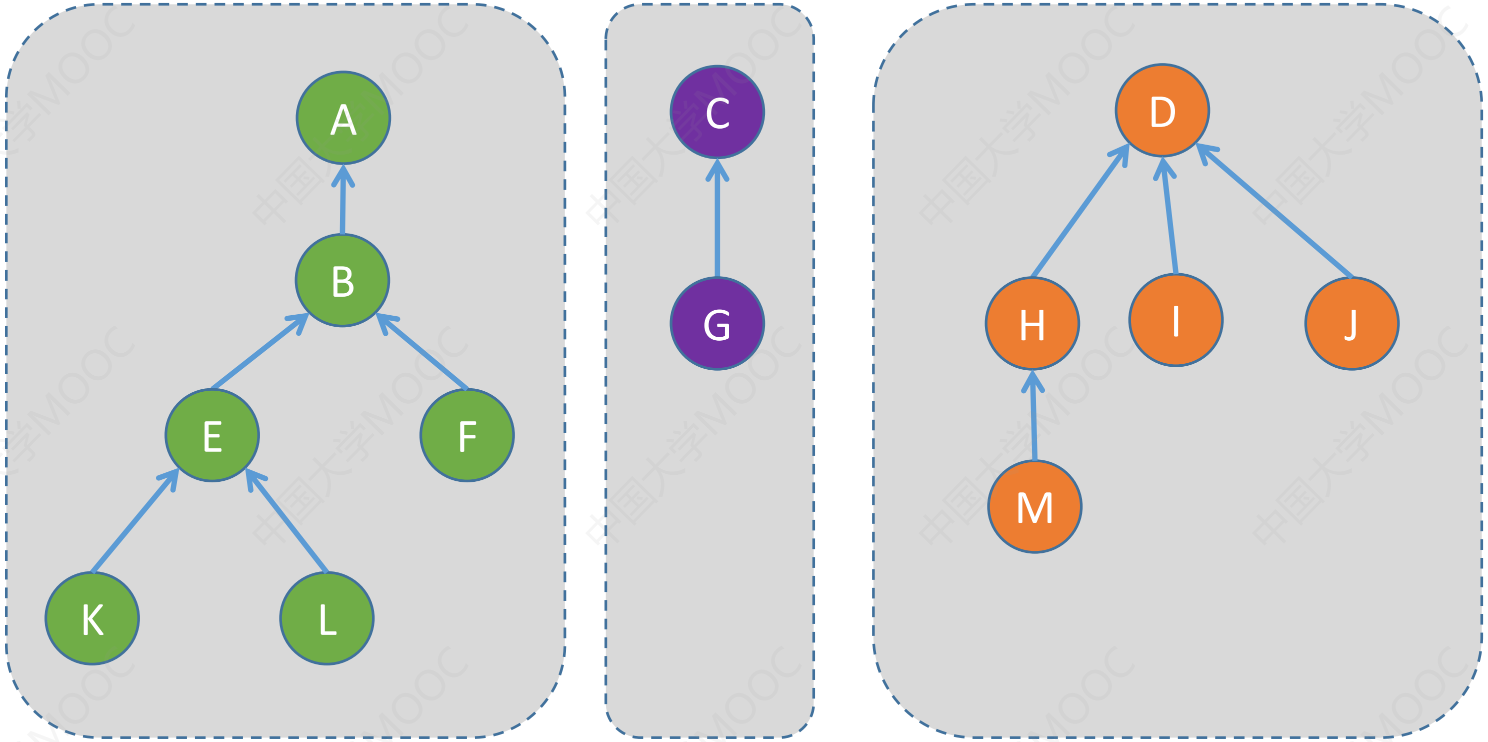
“并查集”的存储结构



数据元素	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
数组下标	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
S[ ]	-1	0	-1	-1	1	1	2	3	3	3	4	4	7

用一个数组 S[ ] 即可表示“集合”关系

“并查集”的基本操作



集合的两个基本操作——“并”和“查”

Find ——“查”操作：确定一个指定元素所属集合

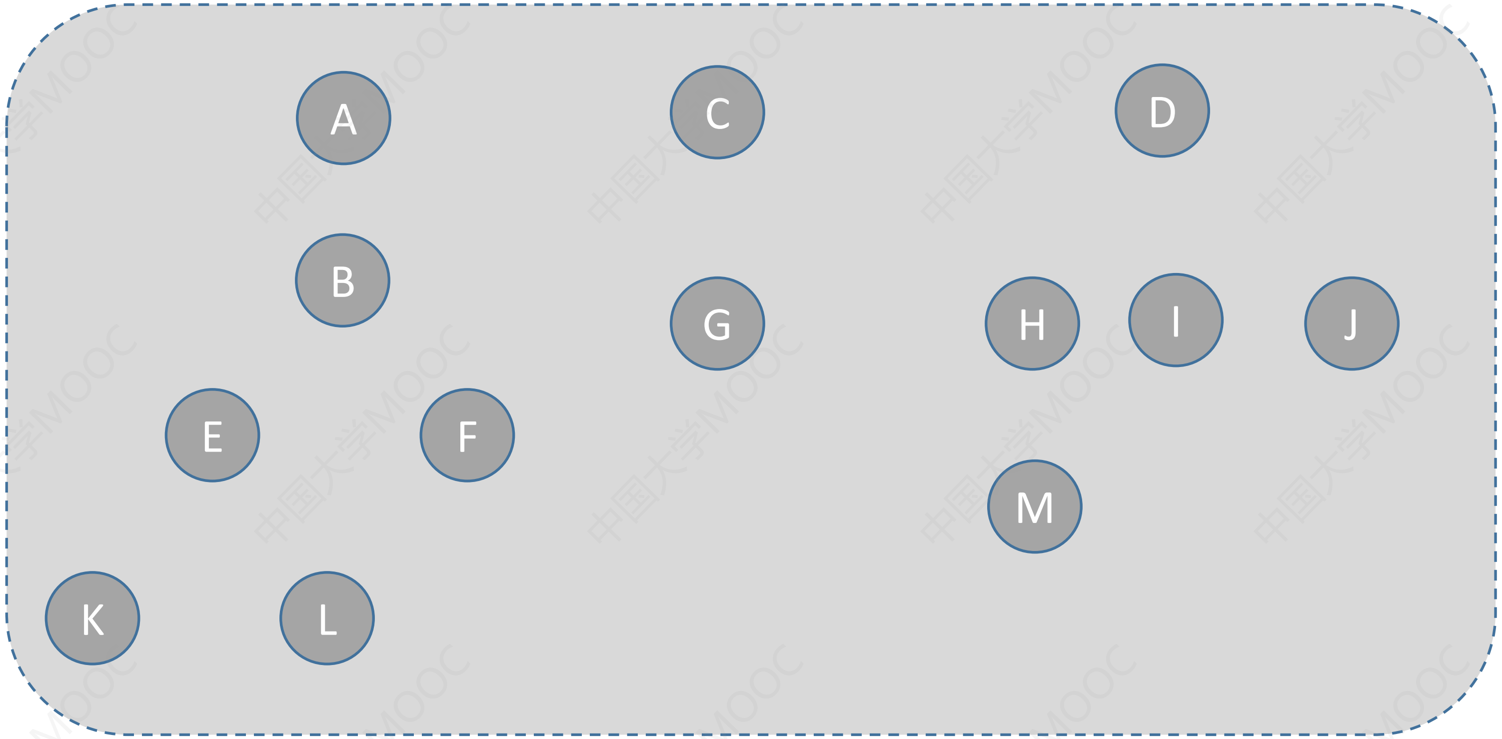
Union ——“并”操作：将两个不想交的集合合并为一个

注：并查集（Disjoint Set）是逻辑结构——集合的一种具体实现，只进行“并”和“查”两种基本操作

数据元素	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
数组下标	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
S[ ]	-1	0	-1	-1	1	1	2	3	3	3	4	4	7

用一个数组 S[ ] 即可表示“集合”关系

“并查集”的代码实现——初始化

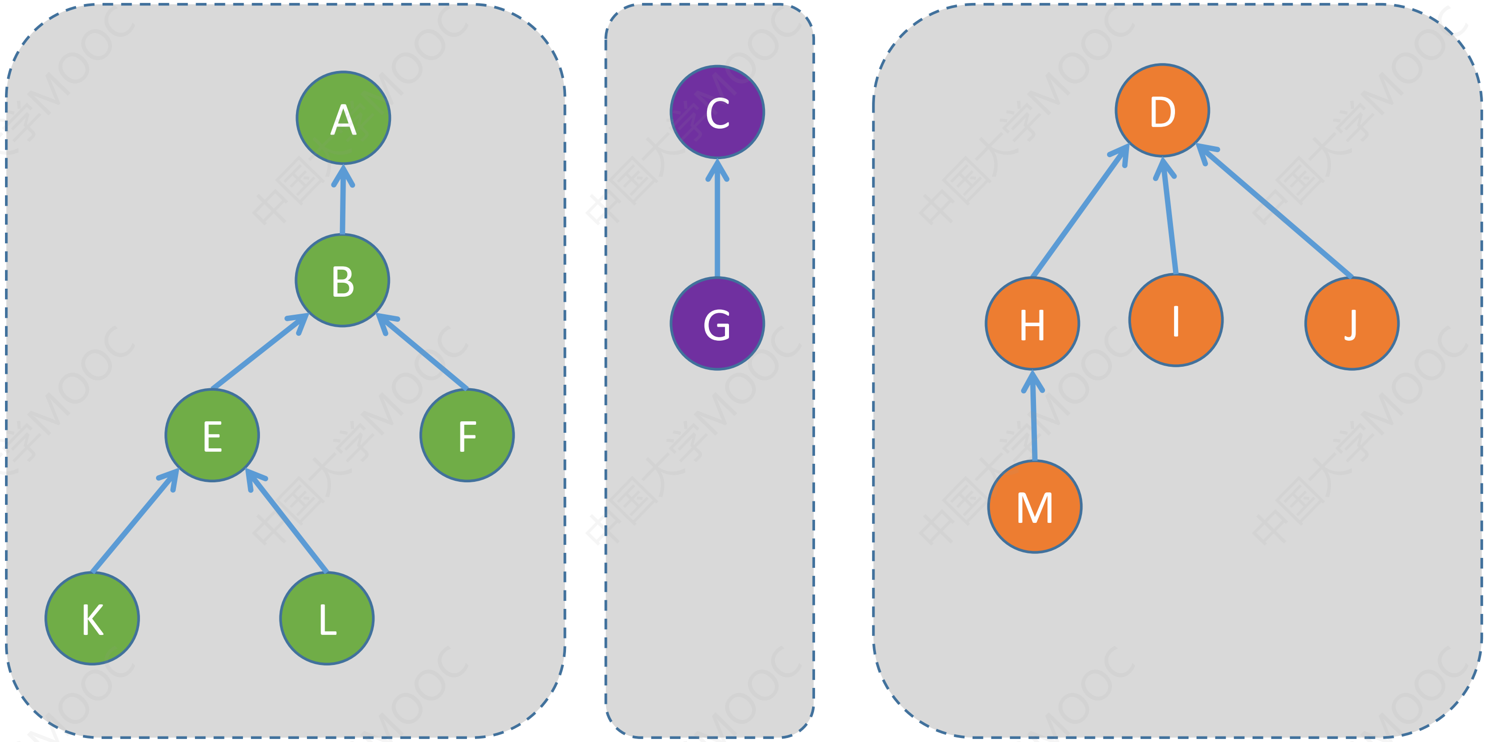



```c
#define SIZE 13
int UFSets[SIZE];    //集合元素数组

//初始化并查集
void Initial(int S[]){
    for(int i=0;i<SIZE;i++)
        S[i]=-1;
}
```

数据元素	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
数组下标	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
S[ ]	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1

用一个数组 S[ ] 即可表示“集合”关系

“并查集”的代码实现——并、查




```
//Find “查”操作，找x所属集合（返回x所属根结点）
int Find(int S[],int x){
    while(S[x]>=0)        //循环寻找x的根
        x=S[x];
    return x;             //根的S[]小于0
}

//Union “并”操作，将两个集合合并为一个
void Union(int S[],int Root1,int Root2){
    //要求Root1与Root2是不同的集合
    if(Root1==Root2)  return;
    //将根Root2连接到另一根Root1下面
    S[Root2]=Root1;
}
```

数据元素	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
数组下标	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
S[ ]	-1	0	-1	-1	1	1	2	3	3	3	4	4	7

用一个数组 S[ ] 即可表示“集合”关系

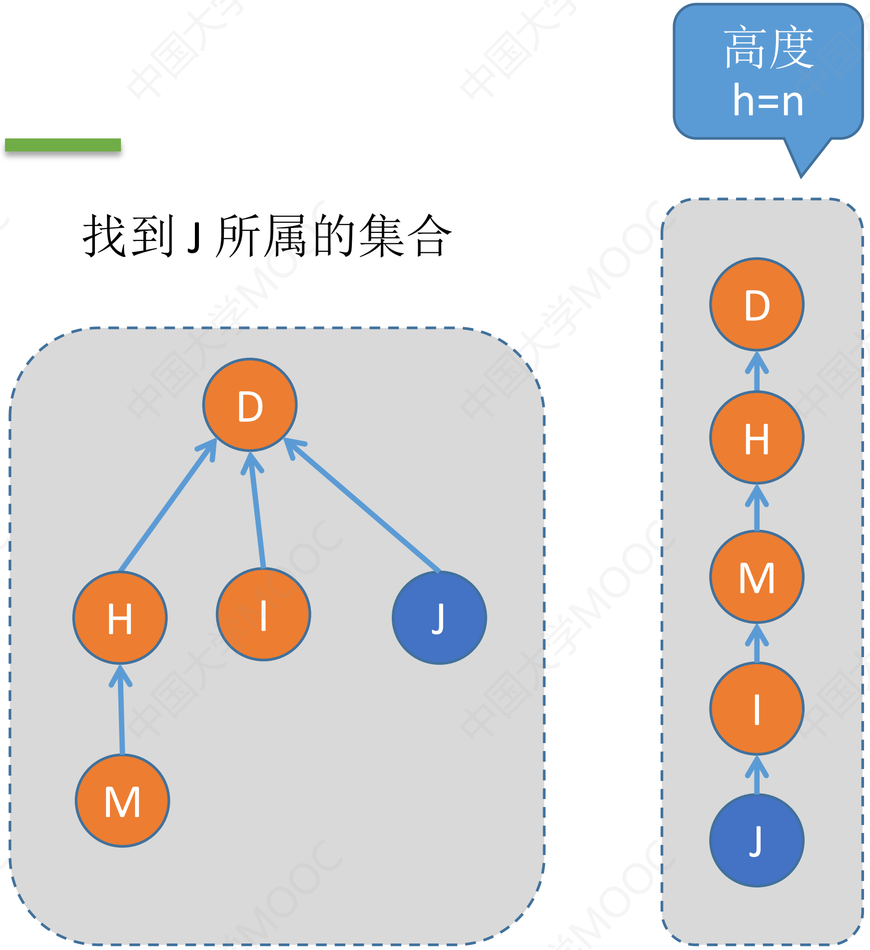
时间复杂度分析

```c
#define SIZE 13
int UFSets[SIZE];    //集合元素数组

//初始化并查集
void Initial(int S[]){
    for(int i=0;i<SIZE;i++)
        S[i]=-1;
}

//Find “查”操作，找x所属集合（返回x所属根结点）
int Find(int S[],int x){
    while(S[x]>=0)       //循环寻找x的根
        x=S[x];
    return x;            //根的S[]小于0
}

//Union “并”操作，将两个集合合并为一个
void Union(int S[],int Root1,int Root2){
    //要求Root1与Root2是不同的集合
    if(Root1==Root2)  return;
    //将根Root2连接到另一根Root1下面
    S[Root2]=Root1;
}
```

最坏时间复杂度：O(n)

时间复杂度：O(1)

找到 J 所属的集合



较好的情况

最坏的情况

若结点数为n，Find 最坏时间复杂度为 O(n)

Union 操作的优化

```c
#define SIZE 13
int UFSets[SIZE];    //集合元素数组

//初始化并查集
void Initial(int S[]){
    for(int i=0;i<SIZE;i++)
        S[i]=-1;
}

//Find “查”操作，找x所属集合（返回x所属根结点）
int Find(int S[],int x){
    while(S[x]>=0)       //循环寻找x的根
        x=S[x];
    return x;            //根的S[]小于0
}

//Union “并”操作，将两个集合合并为一个
void Union(int S[],int Root1,int Root2){
    //要求Root1与Root2是不同的集合
    if(Root1==Root2)  return;
    //将根Root2连接到另一根Root1下面
    S[Root2]=Root1;
}
```

最坏时间复杂度：O(n)

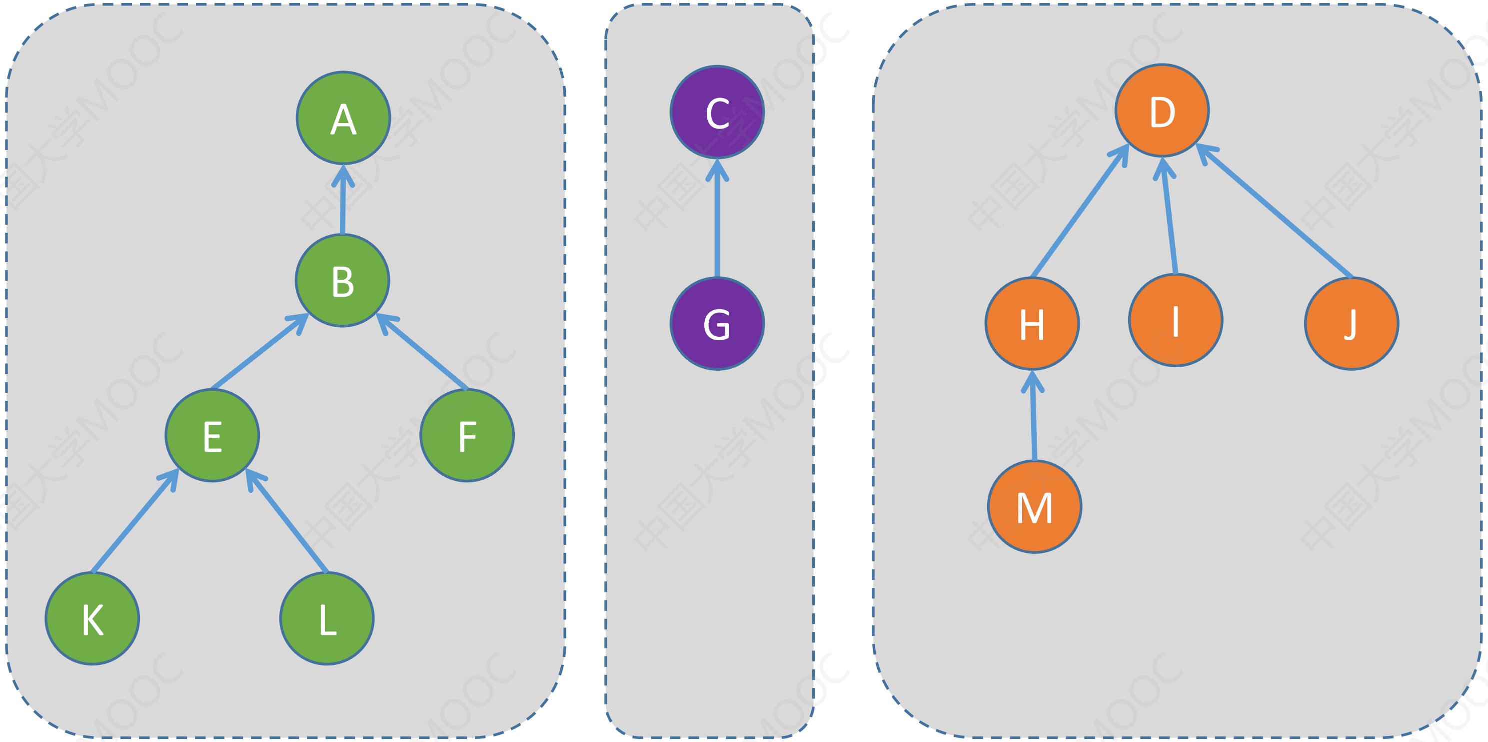
时间复杂度：O(1)

优化思路：在每次Union操作构建树的时候，尽可能让树不长高高

①用根节点的绝对值表示树的结点总数

②Union操作，让小树合并到大树

Union 操作的优化

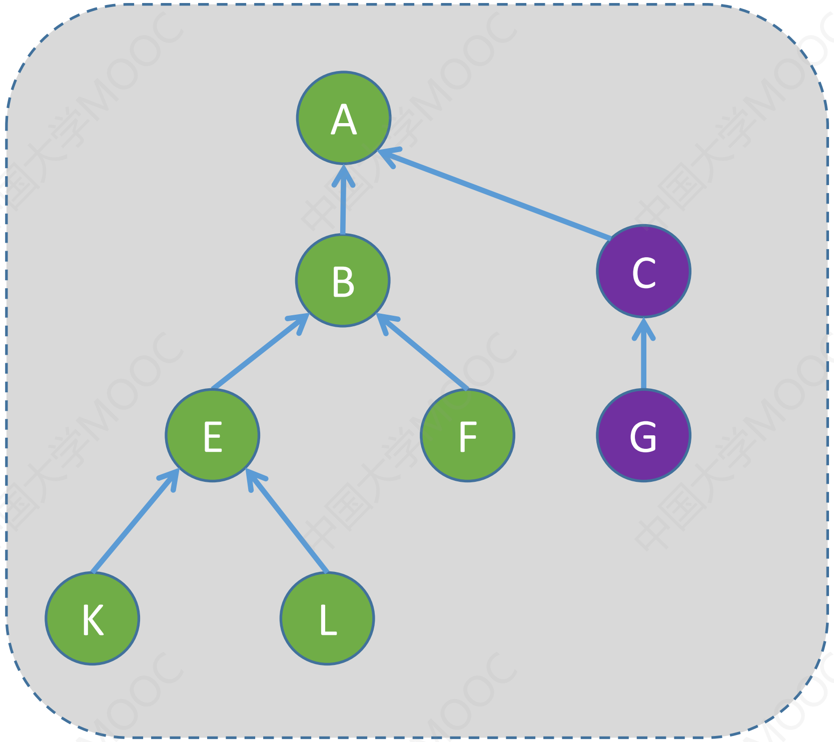


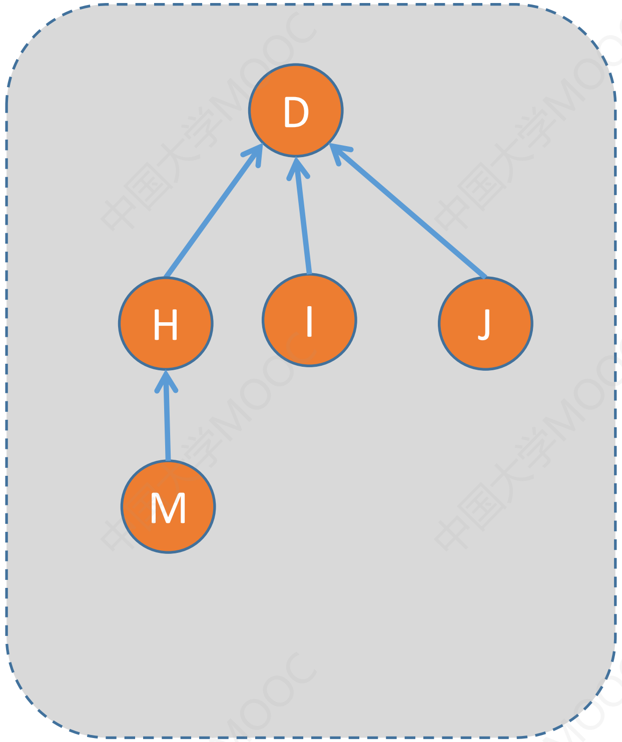

```
//Union "并"操作，小树合并到大树
void Union(int S[],int Root1,int Root2){
    if(Root1==Root2)  return;
    if(S[Root2]>S[Root1]) { //Root2结点数更少
        S[Root1] += S[Root2]; //累加结点总数
        S[Root2]=Root1; //小树合并到大树
    } else {
        S[Root2] += S[Root1]; //累加结点总数
        S[Root1]=Root2; //小树合并到大树
    }
}
```

数据元素	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
数组下标	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
S[ ]	-6	0	-2	-5	1	1	2	3	3	3	4	4	7

①用根节点的绝对值表示树的结点总数
②Union操作，让小树合并到大树

Union 操作的优化





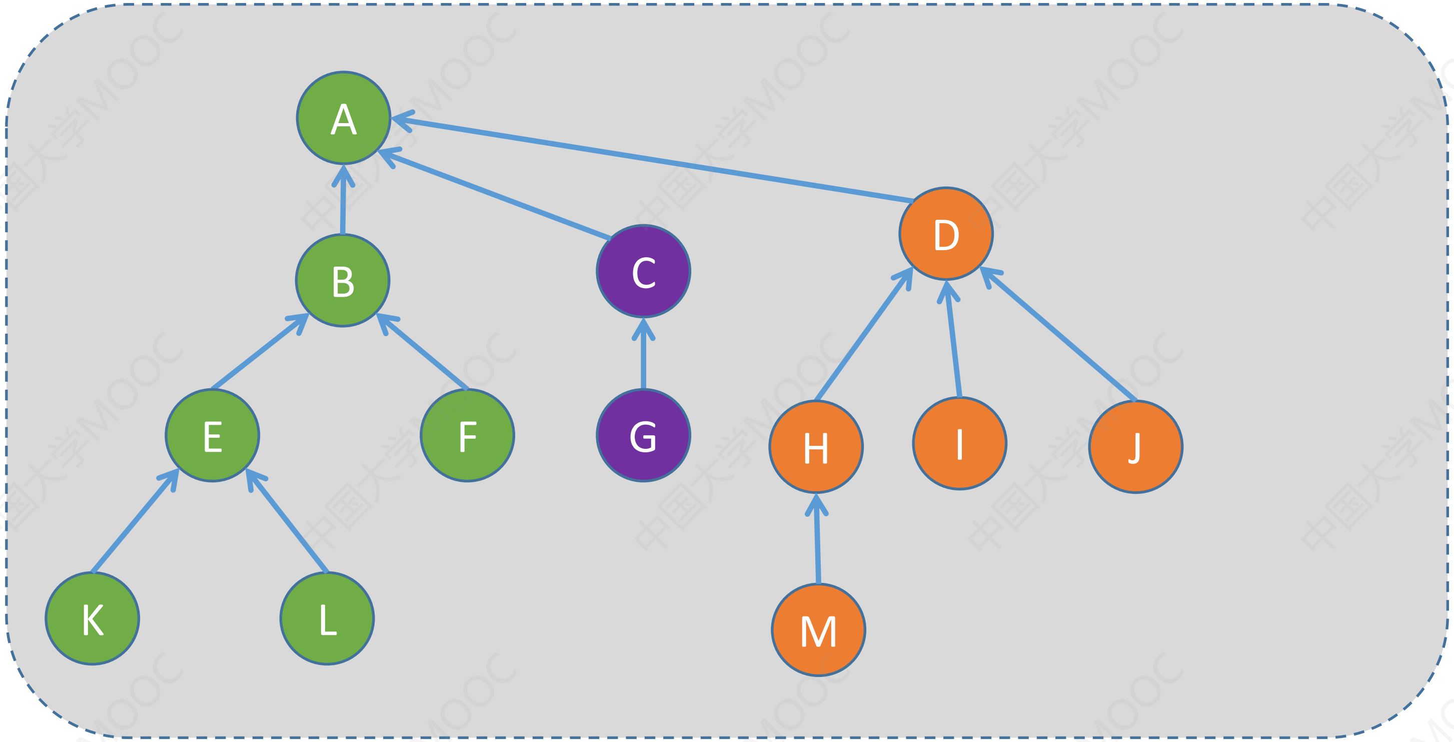

```
//Union "并"操作，小树合并到大树
void Union(int S[],int Root1,int Root2){
    if(Root1==Root2)  return;
    if(S[Root2]>S[Root1]) { //Root2结点数更少
        S[Root1] += S[Root2]; //累加结点总数
        S[Root2]=Root1; //小树合并到大树
    } else {
        S[Root2] += S[Root1]; //累加结点总数
        S[Root1]=Root2; //小树合并到大树
    }
}
```

数据元素	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
数组下标	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
S[ ]	-8	0	0	-5	1	1	2	3	3	3	4	4	7

①用根节点的绝对值表示树的结点总数

②Union操作，让小树合并到大树

Union 操作的优化




```c
//Union "并"操作，小树合并到大树
void Union(int S[],int Root1,int Root2){
    if(Root1==Root2)  return;
    if(S[Root2]>S[Root1]) { //Root2结点数更少
        S[Root1] += S[Root2]; //累加结点总数
        S[Root2]=Root1; //小树合并到大树
    } else {
        S[Root2] += S[Root1]; //累加结点总数
        S[Root1]=Root2; //小树合并到大树
    }
}
```

数据元素	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
数组下标	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
S[ ]	-13	0	0	0	1	1	2	3	3	3	4	4	7

①用根节点的绝对值表示树的结点总数
②Union操作，让小树合并到大树

Union 操作的优化

```c
#define SIZE 13
int UFSets[SIZE];    //集合元素数组

//初始化并查集
void Initial(int S[]){
    for(int i=0;i<SIZE;i++)
        S[i]=-1;
}

//Find “查”操作，找x所属集合（返回x所属根结点）
int Find(int S[],int x){
    while(S[x]>=0)       //循环寻找x的根
        x=S[x];
    return x;            //根的S[]小于0
}

//Union “并”操作，将两个集合合并为一个
void Union(int S[],int Root1,int Root2){
    //要求Root1与Root2是不同的集合
    if(Root1==Root2)  return;
    //将根Root2连接到另一根Root1下面
    S[Root2]=Root1;
}
```

Union操作优化后，Find 操作最坏时间复杂度： $O(\log_2 n)$

优化

该方法构造的树高不超过 $\lfloor log_2 n \rfloor + 1$

```c
//Union “并”操作，小树合并到大树
void Union(int S[],int Root1,int Root2){
    if(Root1==Root2)  return;
    if(S[Root2]>S[Root1]) { //Root2结点数更少
        S[Root1] += S[Root2]; //累加结点总数
        S[Root2]=Root1; //小树合并到大树
    } else {
        S[Root2] += S[Root1]; //累加结点总数
        S[Root1]=Root2; //小树合并到大树
    }
}
```

知识回顾与重要考点

并查集
- 三要素
  - 逻辑结构 —— 元素之间为“集合”关系
  - 基本操作
    - 初始化 —— 初始化并查集，将所有数组元素初始化为 -1
    - Find (S[ ], x) —— “查”，找到元素x所属集合
    - Union (S[ ], root1, root2) —— “并”，将两个集合合并为一个集合
  - 存储结构 —— 顺序存储，每一个集合组织成一棵树，采用“双亲表示法”
- 优化
  - 用根节点的绝对值表示一棵树（集合）的结点总数
  - Union操作合并两棵树时，小树并入大树

树高 $\leq \lfloor \log_2 n \rfloor + 1$

Find $\rightarrow O(\log_2 n)$

欢迎大家对本节视频进行评价~

学员评分：5.5.2_1 并查集

扫一扫二维码打开或分享给好友

– 腾讯文档 –

可多人实时在线编辑，权限安全可控

公众号：王道在线

b站：王道计算机教育

抖音：王道计算机考研